Es. 1: Sequenze di Collatz

Considerate la seguente regola: dato un numero intero positivo n, se n è pari lo si divide per 2, se è dispari lo si moltiplica per 3 e si aggiunge 1 al risultato. Quando n è 1 ci si ferma. Questa semplice regola permette di costruire delle sequenze: la sequenza che si costruisce a partire dal numero n è detta sequenza di Collatz di n. Ad esempio, la sequenza di Collatz di 7 è:

7 22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1

È un noto problema aperto stabilire se ogni sequenza di Collatz termini (cioè, se arrivi a 1).
La sequenza di Collatz generalizzata richiede 2 parametri: n e k, entrambi interi positivi. Se n è pari, lo si divide per 2, se n è dispari, lo si moltplica per k e si aggiunge 1 al risultato. k è da assumersi sempre dispari.

- Scrivete un programma che richieda n e mostri la sequenza di Collatz di n su una riga, e la sua lunghezza sulla riga seguente.
- Scrivete un programma per la sequenza di Collatz generalizzata, ove si richiede in input prima k e poi n, visualizzando la sequenza e la sua lunghezza su due righe consecutive.

Il programma non deve usare altro input/output che non siano i valori richiesti, nell'ordine dato, o i valori in output. Ad esempio, non devono essere usate stringhe del tipo Inserisci N.

Si puoò sempre assumere che $1 \leq n \leq 1000$ e $k \geq 1$. Inoltre k deve sempre essere dispari e il risultato di $kn + 1$ è sempre contenuto in una variabile di tipo `int`.

Esempio di Sequenze di Collatz

(l'input da tastiera è segnalato dal *corsivo*)

7
7 22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1
17

9
9 28 14 7 22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1
20

Esempio di Sequenze di Collatz Generalizzate

5 15
15 76 38 19 96 48 24 12 6 3 16 8 4 2 1

7 9
9 64 32 16 8 4 2 1

Es. 2: Primi

Dato un numero intero positivo n ed un valore $1 \leq j \leq n$, si dice che j è un divisore *proprio* di n se j divide n e j non è né 1 né n. Un numero intero positivo si dice *primo* se non possiede divisori proprio, altrimenti si dice *composto*. Scrivete un programma che richieda in input un intero n e stampi SI (maiuscolo) se n è primo, NO altrimenti.
Facoltativo: Siete in grado di trovare un limite più stretto sui possibili valori di j ? Ovvero, esiste un valore $f(n)$ tale per cui se n è composto, allora esiste sempre un divisore proprio di n minore o uguale a $f(n)$?

Potete sempre assumere $2 \leq n \leq 1000000$.

Esempi di sequenze

(l'input da tastiera è segnalato dal *corsivo*) *7*
SI

160
NO

113357
SI