

008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO

Appello dell'11 febbraio 2020: Soluzioni

Esercizio 1: soluzione.

1. $T(n) = T(n/4) + O(\sqrt{n})$.

2. La soluzione della ricorrenza è $T(n) = O(\sqrt{n})$ (Teorema fondamentale, terzo caso).

Esercizio 2: soluzione

MergeSort3 (a, sx, dx)
if ($sx == (dx-1)$) // solo 2 elementi
if ($a[sx] > a[dx]$) // scambia $a[sx]$ e $a[dx]$
else if ($sx < dx-1$) // almeno 3 elementi
 $c1 = \frac{2sx+dx}{3}$ // $c1 = sx + \frac{dx-sx}{3}$
 $c2 = \frac{sx+2dx}{3}$ // $c2 = sx + 2\frac{dx-sx}{3}$
MergeSort3 ($a, sx, c1$);
MergeSort3 ($a, c1, c2$);
MergeSort3 ($a, c2, dx$);
Merge3 ($a, sx, c1, c2, dx$);
↳
Merge3: generalizzazione di Merge, lavora con 3 array provenienti dai tre segmenti ordinati dell'array, selezionando il minimo dei tre elementi di testa ad ogni iterazione.
Costo $T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & n \leq 2 \\ 3T(\frac{n}{3}) + \Theta(n) & n > 2 \end{cases}$
 $T(n) = \Theta(n \log n)$ th. Principale, caso II

Esercizio 3: soluzione.

- Si visita il grafo con una BFS per calcolare le distanze dei vertici dalla sorgente
- Si calcola e si restituisce la media delle distanze
- Il costo è pari a $\Theta(|V| + |E|)$ (il grafo è connesso e la visita raggiunge tutti i vertici)

Esercizio 4: soluzione.

1. Il limite inferiore è $\Omega(n)$ in quanto è necessario leggere tutti i dati di ingresso.
2. Il costo al caso medio è $\Theta(n)$ e si ottiene valutando il numero di confronti in tutti i casi che si possono verificare:
 - chiave presente in posizione 1: 1 confronto
 - chiave presente in posizione 2: 2 confronti
 - \vdots
 - chiave presente in posizione n : n confronti

Nell'ipotesi in cui gli n casi siano equiprobabili, si ottiene:

$$T_{medio}(n) = \frac{1}{n} \cdot (1 + 2 + \dots + n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2} = \Theta(n).$$