

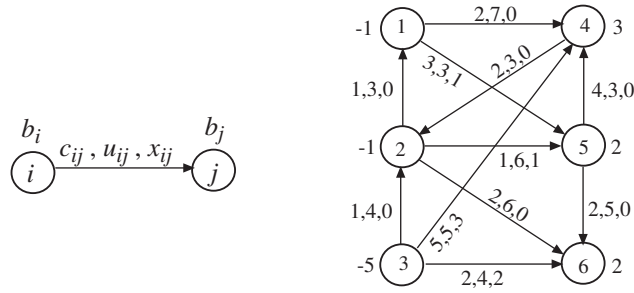
**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2022/23)****Nome:****Cognome:****Matricola:**1) Si risolva il seguente problema di *PL*

$$\begin{array}{rcllcl} \max & 2x_1 & - & 8x_2 & & \\ & x_1 & - & x_2 & \leq & -2 \\ & x_1 & & & \leq & 4 \\ & & & x_2 & \leq & 6 \\ & -2x_1 & + & x_2 & \leq & -1 \\ & -x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \end{array}$$

per via algebrica mediante l'algoritmo del Simplexso Primale, a partire dalla base  $B = \{2, 3\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'eventuale degenerazione primale e duale delle soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento, e l'indice entrante, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito: *i*) si discuta se la soluzione ottima primale individuata sia unica; *ii*) si determini l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale. Giustificare le risposte.

2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo, per l'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo basato su cancellazione di cicli a partire dal flusso ammissibile indicato, di costo  $c^T x = 23$ . Per ogni iterazione si mostri il ciclo aumentante determinato con il relativo verso, costo e capacità, e si indichi il flusso ottenuto con il corrispondente costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.

(Suggerimento: si inizi la ricerca del primo ciclo aumentante a partire dal nodo 3)



3) Si risolva la seguente istanza del problema dello zaino binario

$$\begin{array}{rcccccl} \max & 8x_1 & +9x_2 & +4x_3 & +2x_4 & +2x_5 & & & & & \\ & 7x_1 & +9x_2 & +5x_3 & +4x_4 & +7x_5 & \leq & 12 & & & \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \in & \{0, 1\} & & & \end{array}$$

mediante l'algoritmo di Branch and Bound, utilizzando il rilassamento continuo per determinare una valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare una valutazione inferiore, eseguendo il branching sulla variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo, visitando l'albero di enumerazione in modo *depth-first* ( $Q$  è pertanto uno stack) e, tra i figli di uno stesso nodo, inserendo per primo nello stack quello ottenuto fissando la variabile frazionaria a 1 (quindi, estraendo per primo il figlio ottenuto fissando la variabile frazionaria a 0). Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti), con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi inoltre se viene effettuato il branching, e come, oppure se il nodo viene chiuso e perché.