

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2023/24)

Nome:

Cognome:

Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di PL , in cui γ è un parametro reale:

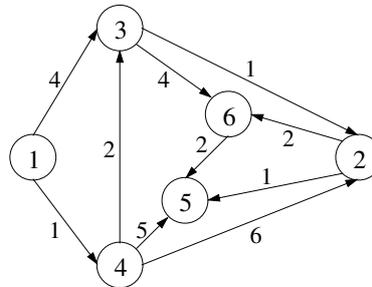
$$\begin{array}{rcll} \max & (-2 - \gamma)x_1 & + & (-2 + 3\gamma)x_2 \\ & x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ & x_1 & & \leq 2 \\ & x_1 & - & x_2 \leq 1 \\ & & - & x_2 \leq 0 \\ -x_1 & - & & x_2 \leq -1. \end{array}$$

Si individui l'insieme di valori di γ per cui $B = \{4, 5\}$ è una base ottima per il problema. Si consideri quindi la seguente variante del problema, la cui la funzione obiettivo è ottenuta da quella del primo problema di PL fissando $\gamma = 0$, e α è un ulteriore parametro reale:

$$\begin{array}{rcll} \max & -2x_1 & - & 2x_2 \\ & x_1 & + & x_2 \leq 4 - 2\alpha \\ & x_1 & & \leq 2 - \alpha \\ & x_1 & - & x_2 \leq 1 + \alpha \\ & & - & x_2 \leq 0 \\ -x_1 & - & & x_2 \leq -1. \end{array}$$

Si individui l'insieme di valori di α per cui $B = \{4, 5\}$ è una base ottima per tale secondo problema di PL . Si fissi infine $\alpha = 0.5$ nel secondo problema di PL , e si determini l'insieme delle soluzioni ottime duali in tale scenario. Giustificare tutte le risposte.

2) Si determini un albero dei cammini minimi di radice 1, sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e motivando la scelta effettuata. Per ciascuna iterazione si riportino il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Si discuta quindi se l'albero determinato resterebbe ottimo nel caso in cui, dopo la sua individuazione, venisse aggiunto al grafo l'arco $(5, 3)$ di costo -2.



3) Uno studente del corso di laurea in Matematica deve recarsi in un centro commerciale per l'acquisto di un nuovo computer. Dopo aver esaminato la cartina stradale, descritta mediante un grafo orientato $G = (N, A)$, decide di recarsi o al centro Uneur, situato nel nodo $t_1 \in N$, oppure al centro Mworld, situato nel nodo $t_2 \in N$. Lo studente si pone quindi il problema di individuare un percorso in G dal nodo s , dove si trova la sua abitazione, fino al nodo t_1 oppure fino al nodo t_2 . Noto il tempo di viaggio t_{ij} associato a ogni collegamento $(i, j) \in A$, lo studente vuole individuare un percorso il cui tempo complessivo di viaggio non superi un tempo massimo prefissato T .

Indicando con c_{ij} il costo di attraversamento di ogni collegamento $(i, j) \in A$, si formuli in termini di PLI il problema di individuare un cammino orientato che parta da s e arrivi o al nodo t_1 oppure al nodo t_2 , il cui tempo di viaggio non superi T e che abbia costo totale di attraversamento minimo.